Відкрита олімпіада з математики для учнів 5–7 класів

«Час відьмацтва та гарбузового шаленства».
Дотепна фраза

7 клас

1. Чи буде дорівнювати деякому натуральному числу значення дробу:

$$\frac{\frac{6}{5}}{\frac{3}{10}}?$$

Відповідь обґрунтуйте.

2. Знайдіть два таких натуральних числа A та B, що задовольняють умови:

- число A складається з декількох однакових цифр a;
- число B складається з декількох однакових цифр b (більше ніж однієї);
- $a < b$;
- число A ділиться націло на число B.

Достатньо знайти один приклад двох таких натуральних чисел.

3. На прямокутній шахівниці 2026×2026 у крайній лівій нижній клітинці лежить камінець. Ярослав і Оксана по черзі рухають камінець, починаючи з Ярослава. За один хід камінець можна перемістити вгору або вправо на довільну кількість клітинок. Виграє той, хто перемістить камінець у крайню праву верхню клітинку. Хто має виграшну стратегію у цій грі незалежно від ходів суперника? Відповідь обґрунтуйте та наведіть цю стратегію.

4. Петрик вирішив зробити «геометричний сад». Він вкопав два стовпи на відстані 20 м один від одного, а далі посадив дерева в тих точках, відстань від яких до кожного із стовпів є натуральним числом, що не перевищує 14. Скільки дерев вийде посадити Петрику у геометричному саду? Відповідь обґрунтуйте.

5. Для п'ятицифрового числа $k = \overline{abcde}$ позначимо через $T(k)$ суму таких чотирьох чисел: $T(k) = \overline{bcdea} + \overline{cdeab} + \overline{deabc} + \overline{eabcd}$.
Наприклад, $T(22034) = 20342 + 3422 + 34220 + 42203 = 101187$.
Чи обов'язково з умови $T(m) = T(n)$ випливає, що $m = n$? Відповідь обґрунтуйте.

01 листопада 2026 р.

На виконання завдання відводиться дві години (120 хвилин)
Кожна задача оцінюється в 7 балів