Відкрита олімпіада з математики для учнів 5–7 класів

«Час відьмацтва та гарбузового шаленства».
Дотепна фраза

6 клас

1. Петрик написав на дошці число 2. Наступне число він написав, зробивши з попереднім такі дії: поділив його на 2, додав до цієї частки 2, домножив цю суму на 2 та відняв від добутку 2. Результатом стане наступне число, як він також записує на дошку. І далі, кожне наступне число він отримує, виконавши з попереднім такі самі дії. Петрик пише нові числа на дошці, доки не з'явиться перше чотирицифрове число? Скільки чисел в цей момент буде написане на дошці, якщо рахувати і перше число 2, і останнім записане чотирицифрове число. Відповідь обґрунтуйте.

2. Знайдіть усі прості числа p, q, що задовольняють рівності:

$$p(p-1)(p-2) = 2q(12q-1).$$

Відповідь обґрунтуйте.

3. Розріжте деякий квадрат на однакові трикутники, з яких надалі можна скласти 2 різних квадрата. Відповідь обґрунтуйте.

4. Табличка 5×5 заповнена числами $1, 2, 3, 4, 5$ таким чином, що у кожному рядку та кожному стовпчику зустрічається кожне з чих чисел. Число в такій таблиці називається *ідеальним*, якщо в його стовпчику усі числа, менші за нього, розташовані вище за це число, а більші за нього – нижче, а також, якщо в його рядку усі числа, менші за нього, розташовані лівіше за це число, а більші за нього – правіше. Яка найбільша кількість ідеальних чисел може бути в такій табличці? Відповідь обґрунтуйте.

5. Петрик та Василь мають одну купку з 2026 монет. Вони грають у гру, де кожний прагне перемогти. Роблять ходи по черзі, починає Петрик. Хід складається з такої дії: можна вибрати одну чи декілька купок та поділити кожну з них на дві менші купки, кожна з яких має містити не менше 1 монети. Тобто купку, що містить 1 монету, вибрати не можна. Перемагає той з них, після чийого ходу лишаться 2026 купок по 1 монеті в кожній. Хто переможе в цій грі? Відповідь обґрунтуйте.

01 листопада 2026 р.

На виконання завдання відводиться дві години (120 хвилин)
Кожна задача оцінюється в 7 балів