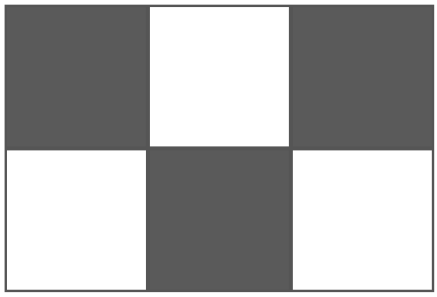
Відкрита олімпіада з математики для учнів 5–7 класів

«Час відьмацтва та гарбузового шаленства».
Дотепна фраза

5 клас

1. Натуральне число називається *13-дільним*, якщо кожні дві його сусідні цифри утворюють двоцифрове число, що ділиться націло на 13.
Наприклад, 139 є 13-дільним трицифровим числом, оскільки 13 та 39 діляться на 13. Випишіть усі п'ятицифрові 13-дільні числа. Відповідь обґрунтуйте.

2. Назвемо «відром» фігуру з трьох зафарбованих клітинок, розташованих у такому вигляді, як на рисунку збоку. Чи можливо покрити такими фігурами прямокутник 5×6 так, щоб кожна його клітинка належала рівно одному відру? Якщо так, то наведіть приклад, а якщо ні, то доведіть, що це неможливо.



3. Шаховий турнір відбувається за такими правилами: спочатку всіх шахістів розбивають на пари, і кожна пара грає між собою партію. Шахісти, які програли, вибувають із турніру, а переможців знову розбивають на пари, і так далі. Нічиїх немає. Скільки шахістів брало участь у турнірі, якщо після його завершення виявилося, що 8 учасників здобуло більше перемог, ніж зазнали поразок? Відповідь обґрунтуйте.

4. У складах баскетбольних команд «Слава Нації» та «Смерть ворогам» є по 12 гравців. Середній зріст усіх гравців команди «Слава Нації» на 1 см більше ніж середній зріст усіх гравців команди «Смерть ворогам». Перед грою, виявилося, що у кожній команді захворіли по одному гравцю і на гру від кожної команди були заявлені по 11 гравців. При цьому виявилося, що середній зріст однієї з команд знову був на 1 см більше ніж в іншої, але невідомо в якої. Якою могла бути різниця в зрості тих двох гравців, що захворіли? Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.

Середнім зростом команди назвемо число, яке дорівнює сумі зростів усіх гравців, що поділена на кількість гравців. Наприклад, для команди з трьох гравців зростом 203 см, 200 см та 200 см, їх середній зріст дорівнював би $\frac{203+200+200}{3} = 201$ см.

5. Знайдіть усі трійки натуральних чисел (a, b, c), що задовольняють умови $a \leq b \leq c$ та $abc = 2(a + b + c)$. Відповідь обґрунтуйте.

01 листопада 2026 р.

На виконання завдання відводиться дві години (120 хвилин)
Кожна задача оцінюється в 7 балів