

Вступ у 9-й клас

1. (5 балів). В одній чверті лісу зрубали 20% дерев, а у решті лісу 10% дерев. Який відсоток дерев зрубали в усьому лісі?

2. (5 балів). Якщо a і b додатні числа, нова операція ∇ визначається так: $a \nabla b = \frac{a+b}{1+ab}$.
Наприклад, $3 \nabla 6 = \frac{3+6}{1+3 \cdot 6} = \frac{9}{19}$. Знайдіть x , якщо $2 \nabla x = \frac{5}{7}$.

3. (5 балів). Коло вписане у прямокутний трикутник ABC , дотикається до катетів AB та BC у точках M та N відповідно. Відомо, що $BM = 3$ см, $AM = 5$ см, $BN:NC = 1:4$. Знайдіть радіус описаного кола.

4. Дано функцію $f(x) = ||x-2|-3|$.

а) (2 бали). Обчисліть $f(\sqrt{5}) \cdot (5 + \sqrt{5})$;

б) (3 бали). Розв'яжіть рівняння: $f(x) = f(9)$.

5. $2 + 22 + 222 + 2222 + \dots + \underbrace{22 \dots 22}_{2024 \text{ цифри}} = \overline{\dots CBA}$

(а) (2 бали). Визначте значення одиниць A .

(б) (3 бали). Визначте значення цифри десятків B .

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 22 \\
 222 \\
 2222 \\
 \vdots \\
 22 \dots 22 \\
 + 2222 \dots 2222 \\
 \hline
 \dots CBA
 \end{array}$$

6. (5 балів). Розв'яжіть рівняння: $12xy - 4x^2 - 9y^2 = |3x - y - 2|$

7. (а) (5 балів). Трикутник обмежений додатною піввіссю абсцис, від'ємною піввіссю ординат та прямою $y = kx - 6$, де $k > 0$. Площа цього трикутника дорівнює 6. Яке значення k ?

(б) (10 балів). Трикутник обмежений додатною піввіссю абсцис, прямою $y = tx - t^2$ та прямою $y = 2tx - t^2$. Знайти всі значення $t > 0$, для яких площа цього трикутника дорівнює $54/125$.

8. (10 балів). Дано прямокутний трикутник ABC ($\angle ACB = 90^\circ$). На прямій BC взято точку X так, що трикутники ACX та ABX – рівнобедрені. Знайдіть кути трикутника ABC . Розгляньте усі можливі варіанти.