

Цілі та раціональні вирази

1. Подайте вирази у вигляді многочлена:

а) $(5x^2 - 3x^3)^2$; б) $(2x - x^2)(x^2 + 2x)$; в) $(a - b^2 - 2)(a + b^2 - 2)$;
г) $(3m - n^2)(9m^2 + 3mn^2 + n^4)$; ґ) $(x^2 - y^3 + a)(y^3 - x^2 + a)$.

2. Розкладіть на множники:

а) $(x^2 + y^2)(yx + mn) - xy(x^2 + y^2 - m^2 - n^2) - (xm + yn)(xn + ym)$;
б) $(x + 2y - 3)^2 + (2x + 3y - 2)^2 - 5(x + y + 1)^2$;
в) $x^4 + 6x^2 + 25$; г) $(a - x)y^3 - (a - y)x^3 + (x - y)a^3$.

3. Спростіть вираз або знайдіть його значення:

а) $(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)(x^8 + y^8)(x^{16} + y^{16})$, якщо $x = y + 1$;
б) $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)(x^8 - x^4y^4 + y^8)$, якщо $x^4 = 3$; $y^4 = 2$.
в) $(2a - b)^3 + 6a(2a - b)(2a + b) - (4a^2 - 4ab + b^2)(2a - b) + 6ab^2$, якщо $a = \frac{3}{2}$; $b = -1\frac{4}{13}$;
г) $\frac{5a^2 - 3ab}{5b^2 + 2ab}$, якщо $\frac{b}{a} = 0,5$;
ґ) $\frac{4a^2b - b^3 + ab^2 + 2a^3}{2a^3 - 3ab^2 + b^3}$, якщо a складає 40% від b ;
д) $\frac{2x^4 - 3x^2y^2 + y^4}{2x^3y - xy^3}$, якщо число y на 50% більше від числа x ;
е) $x^2 + \frac{4}{x^2}$, якщо $x - \frac{2}{x} = 3$;
є) $\frac{x^4 + 36}{x^2}$, якщо $x - \frac{6}{x} = 3$.

4. Знайдіть найменше значення виразу:

а) $9x^2 + 6x + 5$;
б) $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6$.

5. Знайдіть найбільше значення виразу $5 - a^2 - 2ab - b^2$.

6. Доведіть, що многочлен набуває невід'ємних значень для всіх значень змінних:

а) $5x^2 + 4x + 1$; б) $x^2 - 2xy + y^2 - 4y + 4x + 4$.

7. Доведіть, що многочлен набуває від'ємних значень для всіх значень змінних:

а) $-x^2 + 2x - 2$; б) $2xy - x^2 - 2y^2 + 2y - 3$.