

Дроби

Обчисліть:

- $\left(1\frac{1}{9} \cdot 0,27 - 3\frac{1}{3} \cdot 0,15\right) - 1500 \cdot (-0,1)^3$;
- $\frac{\left(140\frac{7}{30} - 138\frac{5}{12}\right) : 18\frac{1}{6}}{0,002}$;
- $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$;
- $\frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50}$;
- $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{20^2}\right)$;
- $\frac{1}{3 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 15} + \dots + \frac{1}{107 \cdot 111}$;
- $\left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) \left(1 - \frac{1}{11^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{50^2}\right)$;
- $\frac{162162162}{243243243} - \frac{171717171}{51515151}$;
- $\left(\frac{1284}{1391} + \frac{212121}{656565}\right) \left(\frac{212121}{656565} - \frac{1284}{1391}\right)$;
- $\frac{123123123}{369369369} + \frac{45454545}{75757575}$;
- Визначте кількість усіх дробів зі знаменником 21, які більші від $\frac{3}{7}$ і менші від $\frac{2}{3}$.

Обчисліть:

$$12. \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8}; \quad 13. \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}.$$

14. Знайдіть значення виразу $\frac{u-8t}{t}$, якщо $\frac{u}{t} = 20$.

15. Запишіть будь-які три раціональні числа, більші за $\frac{1}{6}$ і менші за $\frac{1}{5}$.

Скоротіть дріб (вступ у 9 клас):

$$16. \frac{x^2 - 4y^2}{4y^2 - 4xy + x^2}; \quad 17. \frac{3x^3y - 3x^2y^2 + 3xy^3}{12xy^4 + 12yx^3}.$$

Спростіть вираз (вступ у 9 клас):

$$18. \frac{4}{1+x^4} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x}; \quad 19. \frac{2a^2 - 5ab + 3b^2}{2a^2 - ab - 3b^2}; \quad 20. \frac{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca}{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}.$$

Степінь

Базові формули:

I. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$; II. $a^n : a^m = a^{n-m}$; III. $(a^n)^m = a^{nm} = (a^m)^n$;

IV. $(ab)^n = a^n b^n$; V. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$.

21. Скоротіть дріб:

$$\text{а) } \frac{3^6}{(-3)^5}; \quad \text{б) } \frac{3^4 \cdot 2^5}{6^3}; \quad \text{в) } \frac{10^4}{2^6 \cdot 5^4}; \quad \text{г) } \frac{3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^5}{15^2 \cdot 35^4}.$$

Знайдіть значення виразу:

22. а) $\frac{2^{k+4} \cdot 2^{k+1}}{2^{2k}}$;

б) $\frac{5^{k+2} \cdot 5^{k+4}}{5^{k+1} \cdot 5^{k+3}}$;

в) $\frac{(0,3)^7 \cdot (0,3)^4 \cdot 5^{10}}{(0,3)^{11} \cdot 5^9}$.

23. а) $\frac{((5^2)^4)^3 : (25^2)^2}{((5^2)^3)^4 : (125^3)}$;

б) $\frac{\left(\left(\frac{1}{27}\right)^3\right)^3 : \left(\frac{1}{9}\right)^{11}}{\left(\frac{1}{81}\right)^3 : \left(\frac{1}{27}\right)^2}$;

в) $\frac{25^7 \cdot 125^2}{625^2 \cdot (5^2)^3}$.

24. а) $\left(5\frac{2}{3}\right)^{10} \left(\frac{3}{17}\right)^{10}$;

б) $(0,0081)^4 \cdot \left(3\frac{1}{3}\right)^{15}$; в) $2^{24} \cdot (0,125)^8$; г) $50^5 \cdot 20^6$.

25. Порівняйте вирази:

а) 9^{60} і 80^{30} ;

б) 45^4 і 4^{12} ;

в) 125^2 і 26^3 ;

г) $17^4 \cdot 2^5$ і $2^4 \cdot 17^5$; д) 35^5 і 40^4 .

26. Обчисліть: а) $12 \cdot (5^{2n+1} - 8 \cdot 5^{2n} + 4 \cdot 5^{2n-1}) : (4 \cdot 5^{2n-2})$;

б) $(2^n \cdot 2^{n+3})^2 : 2^{n+7}$; в) $17^{21} : 17^{19} - (7^{15} - 7^{13}) : 7^{12}$.

27. Якою цифрою закінчується кожне з чисел:

а) $3^{21} + 10^{21} + 17^{21}$; б) $13^{18} + 24^{18} + 11^{18}$?

28. Доведіть, що вираз $63^{63} - 37^{37}$ ділиться на 10 без остачі.

29. Доведіть, що $2^{4n} - 1$, де n – натуральне число, ділиться на 5 без остачі.

30. Подайте вираз $\underbrace{81^n + 81^n + \dots + 81^n}_{27 \text{ доданків}}$ у вигляді степеня з основою 3.

31. Замініть у виразах $(*)^2 \cdot (*)^3 = -9x^8y^9z^7$ зірочки такими одночленами, щоб рівність була правильною.

32. Знайдіть значення виразу $5x^4y^3z^3$, якщо $3x^2y = 4$, $yz^3 = 2$.