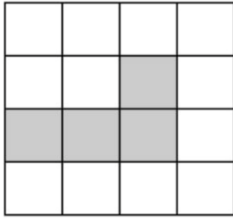


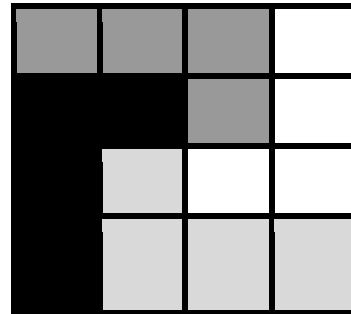
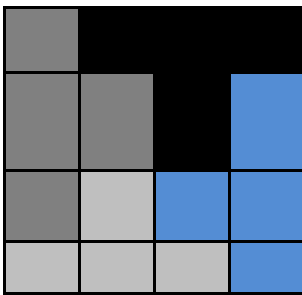
5 клас

“Все що я знаю – що я нічого не знаю”
Філософ Сократ

1. Розріжте квадрат на малюнку на 4 частини однакової форми та розміру так, щоб в кожній з частинок потрапила рівно одна сіра клітинка:



Відповідь: два варіанти розрізання (достатньо намалювати 1 варіант):



2. Данило виписав на дошці п'ять попарно різних чисел від 1 до 9 таким чином, що сума будь-яких двох з них не дорівнює 10. Яке число мав Данило виписати обов'язково?

Відповідь: 5

Розв'язання. Числа 6, 7, 8, 9 можуть бути не написаними, для чого достатньо виписати числа 1, 2, 3, 4, 5, які очевидно умову задовольняють. Так само, якщо виписати числа 5, 6, 7, 8, 9, які також умову задовольняють, то не обов'язково мають бути виписані числа 1, 2, 3, 4. Таким чином єдине число, що може задовольняти умову – це 5. Покажемо, що якщо це число не виписати, то умову виконати неможливо.

Дійсно, тоді з таких чотирьох пар чисел, що в сумі дають 10, а саме: $1+9$, $2+8$, $3+7$, $4+6$ при виборі п'яти чисел, принаймні з однієї пари будуть вибрані обидва. А тому буде пара чисел із сумою 10, що й завершує доведення.

3. Малюк та Карлсон грають в таку гру. На початку гри в них є купа, що складається із 100 цукерок. Малюк за один свій хід може або поділити існуючу купу цукерок на дві купки, кожна з яких має містити принаймні одну цукерку, або з'їсти 1 цукерку з будь-якої купки. Карлсон за свій хід може з'їсти повністю усі цукерки з однієї купки. Перемагає в цій грі той, хто з'їсть останню цукерку. Чи зможе Малюк перемогти в цій грі, якщо перемогти хоче кожний?

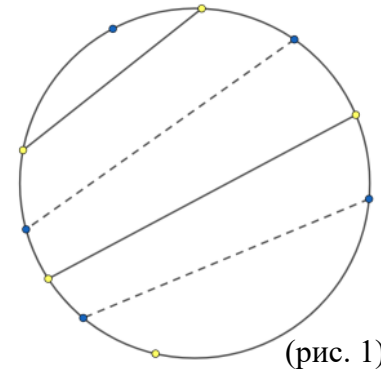
Відповідь: так.

Розв'язання. Якщо Малюк має одну купку з однієї останньої цукерки, то він перемагає, якщо з'їсть її. Інакше, він купку, що отримає, ділить на 2, в одній – 1 цукерка, а в іншій усі інші. Якщо Карлсон з'їсть велику купку, то Малюк наступним ходом перемагає. Інакше, Карлсон з'їдає купку з 1 цукерки і передає хід Малюку. Оскільки кожним ходом кількість цукерок зменшується на одну, настане момент, коли перед Карлсоном буде 2 купки, у кожній з яких по 1-й цукерці. Він з'їдає передостанню, а Малюк останню і перемагає.

4. Олексій відмітив на колі 20 жовтих та 20 синіх точок. Після цього Василь з'єднав відрізками точки одного кольору так, щоб ці відрізки не мали спільних точок. Яку найбільшу кількість відрізків зможе гарантовано провести Василь, як би ці точки не розставив по колу Олексій?

Відповідь: 19.

Розв'язання. Покажемо, що Василь завжди може провести не менше 19 відрізків. Якщо якісь дві точки одного кольору сусідні, то Василь з'єднає їх. Після цього ці точки та відрізок можна не розглядати, бо вони не впливають на інші відрізки. Якщо усі точки прибрані, то проведено 20 відрізків. Якщо точки лишилися, то їхні кольори чергуються. Після цього Василь обирає деяку точку, наприклад, А, і починає з'єднувати по черзі сусідні з А точки (рис. 1). Таким чином будуть проведені разом 19 відрізків.



(рис. 1)

Покажемо, що більшої кількості досягнути не вдасться. Олексій розставляє точки по черзі – жовта, синя, жовта, синя..., тоді будь-який відрізок, проведений Василем поділяє усі точки так, що по різні боки від неї – непарна кількість точок. А тому принаймні одна з точок не може бути з'єднана відрізком за правилами.

5. Женья придбала квиток у авіакомпанії “УкрПоліт” від Львова до Лондона з пересадкою у Кракові та Парижі (маршрут: Львів-Краків-Париж-Лондон). Відомо, що цим рейсом тільки зі Львова до Кракова та Парижа до Лондона ніхто не летів. У Львові на борт зайшло 30 пасажирів, у Лондоні приземлився 14 пасажирів. У Кракові нових пасажирів зайшло втричі менше, ніж зійшло з рейсу у Парижі. Яких пасажирів було більше - тих, хто летів зі Львова до Лондона, чи тих, хто летів з Кракова до Парижа, і на скільки?

Відповідь: пасажирів, які летіли зі Львова до Лондона, більше за тих, хто летів з Кракова до Парижа, на 6.

Розв'язання. Позначимо Львів як А, Краків як В, Париж як С і Лондон як D. Тоді маршрут із задачі це А -> В -> С -> D. За умовою ніхто не сідав на С і ніхто не виходив на В (оскільки ніхто не мав маршруту А -> В і С -> D). Тоді нехай на станції В сіло x пасажирів і на станції С висіло $3x$. Загальна кількість пасажирів які сіли і висіли – рівна, тому $30+x=3x+14$, звідки $x=8$. Нехай кількість пасажирів на маршруті “А -> С” = a , “А -> D” = b і “В -> С” = c . Кількість людей, які висіли на С= $a+c=24$, а які зайшли на А= $a+b=30$, тоді $b - c = (a+b) - (a+c) = 6$. Отже, кількість пасажирів, які летіли зі Львова до Лондона, більша за тих, хто летів з Кракова до Парижа, на 6.