***Задачі на складання рівнянь***

1. У щоденнику у Володі вже записано 200 зауважень, а в Марічки – 112. Через скільки тижнів вони зрівняються, якщо Марічка одержує на 22 зауваження в тиждень більше, ніж Володя?

Розв’язок:

Позначимо *x* – кількість зауважень що отримує Володя. Тоді кількість зауважень, що отримає Марічка, дорівнює *x* + 22. Позначимо y – кількість днів через скільки кількість зауважень у Марічки і Володі будуть рівними. Тоді 200+xy=112+(x+22)y;

 200+xy=112+xy+22y;

 200=112+22y;

 88=22y;

 y=4.

Відповідь: 4.

1. Юрі і Юлі зараз разом 26 років, причому Юлі в три рази менше років, чим буде Юрі тоді, коли їм разом буде в п'ять разів більше років, чим Юрі зараз. Скільки років Юрі?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Юра | Юля |
| зараз | *x* | 26– *x* |
| через *n* років | *x + n* | *26* – *x + n* |

Отримаємо таку систему рівнянь: $\left\{\begin{array}{c}x+n=3\left(26-x\right)\\x+n+26-x+n=5x\end{array}⇒\left\{\begin{array}{c}n=78-4x\\26+2n-5x=0\end{array}⇒\right.\right.$

$$26+2\left(78-4x\right)-5x=0⇒x=14.$$

Відповідь: Юрі 14 років.

1. Хазяїн пообіцяв робітнику за рік 12 карбованців і кожух. Але робітник звільнився через 7 місяців. При розрахунку він отримав кожух і 5 карбованців. Скільки коштує кожух?

Розв’язок:

 Нехай *x* – вартість кожуха. За 7 місяців він мав отримати $\frac{7}{12}$ всієї зарплати за рік. Тоді

$$\frac{7}{12}\left(12+x\right)=5+x$$

$$84+7x=60+12x$$

$$5x=24⇒x=4,8$$

Відповідь: 4,8 карбованці.

1. Аня і Таня важать разом 40 кг, Таня і Маня – 50 кг, Маня і Ваня – 90 кг, Ваня і Даня – 100 кг, Даня і Аня – 60 кг. Скільки важить Аня?

Розв’язок:

 Нехай $A$ – вага Анні,  $T$ – вага Тані, $M$ – вага Мані, $V$ – вага Вані, $D$ – вага Дані. Тоді отримаємо наступні рівняння:

$$\genfrac{}{}{0pt}{}{A+T=40}{\begin{array}{c}T+M=50\\M+V=90\\V+D=100\\D+A=60\end{array}}$$

Додавши їх матимемо, що $2\left(A+T+M+V+D\right)=340$. Тобто

$$2\left(A+50+100\right)=340⇒A=20.$$

Відповідь: вага Анни дорівнює 20 кг.

1. За булочками до вечірнього чаю у ліцейській їдальні вишикувалася черга. Булочки затримувалися, і в кожний проміжок між тими, що стоять встигло влізти по людині. Булочки все ще не почали видавати, і у всі проміжки знову влізло по людині. Тут, нарешті, принесли 85 булочок, і всім, хто стояв у черзі, дісталося по одній. Скільки ліцеїстів стояло в черзі спочатку?

Розв’язок:

 Нехай *x* – початкова кількість ліцеїстів, які стояли у черзі. Тоді перший раз без черги стало ще $x-1$ учень, тому нова кількість ліцеїстів, які стояли у черзі дорівнювала $x+x-1=2x-1$. Наступного разу буз черги стало ще $2x-2$ учня. Тому $2x-1+2x-2=85⇒4x=88⇒x=22.$

Відповідь: 22.

1. Над послідовністю озер летіла зграя гусей. На кожному озері сідала половина зграї і ще половина однієї гуски, а інші продовжували летіти. В послідовності було 8 озер. Після 8-го озера, жодна гуска не полетіла далі. Скільки гусей було у зграї?

Розв’язок:

 Нехай $x\_{1}$ – кількість гусей, що летіли до першого озера, $x\_{2}$ – до другого, …, $x\_{8}$ – до восьмого озера. Тоді з озера на озеро летіла половина зграї без половини однієї гуски, наприклад: $x\_{2}=\frac{1}{2}x\_{1}-\frac{1}{2}$, $x\_{3}=\frac{1}{2}x\_{2}-\frac{1}{2}$, …, $x\_{8}=\frac{1}{2}x\_{7}-\frac{1}{2}$. Оскільки після восьмого озера жодна гуска не полетіла далі, то це означає, що до нього летіла одна гуска, бо $x\_{9}=\frac{1}{2}x\_{8}-\frac{1}{2}=0⟹x\_{8}=1$ (половина зграї, тобто половина гуски, та ще половина однієї гуски (загалом одна гуска) залишились на цьому озері, а далі уже ніхто не летів). Тоді

$x\_{7}=2x\_{8}+1=3$;

$x\_{6}=2x\_{7}+1=7$;

$x\_{5}=2x\_{6}+1=15$;

$x\_{4}=2x\_{5}+1=31$;

$x\_{3}=2x\_{4}+1=63$;

$x\_{2}=2x\_{3}+1=127$;

$x\_{1}=2x\_{2}+1=255$.

Відповідь: 255.

Задачі на самостійне опрацювання:

* 1. Проїхавши половину шляху, пасажир заснув і спав до тих пір, поки не залишилося проїхати половину шляху від того, що він проїхав сплячим. Яку частину шляху він проїхав сплячим?
	2. Юра задумав число, помножив його на 13 і закреслив останню цифру результату. Отримане число Владик помножив на 7, знову закреслив останню цифру результату й одержав 21. Яким могло бути задумане число? Не забудьте навести всі можливі варіанти.
	3. Мені вдвічі більше років, ніж було Вам тоді, коли мені було стільки років, скільки Вам зараз. Скільки мені років, якщо нам разом 70 років?
	4. Коли Коля був молодий, як Оля, роком менше було тіточці Полі, чим Колі тепер разом з Олею. Скільки років було Колі, коли тіточка Поля була у віці Колі?
	5. Альфірі втроє більше років, чим було Ельдару, коли вона була в його нинішньому віці. Коли він буде в її нинішньому віці, їм разом буде 28 років. Скільки зараз років Альфірі і скільки - Ельдару?
	6. Гнатові зараз учетверо більше років, чим було його сестрі в той момент, коли вона була вдвічі молодша від нього. Скільки років зараз Гнатові, якщо через 15 років йому і сестрі разом буде 100 років?
	7. В одного араба був глечик молока, в іншого - хліб, а в третього - 6 фініків. За обід третій араб заплатив іншим 20 монет. Як варто розділити ці гроші, якщо їли порівно, 4 глечики молока коштують стільки ж, скільки 3 хліба, а один глечик молока рівноцінний 36 фінікам?
	8. На кільцевому маршруті метро курсують 24 поїзди. Вони йдуть в одному напрямку з однаковими швидкостями і рівними інтервалами. Скільки поїздів треба додатково пустити по маршруту, щоб при тій же швидкості зменшити інтервали на одну п’яту?
	9. Комендант Остап Бендер збирав з жильців гроші на встановлення нових квартирних номерів. Адам Козлевич з 105-ї квартири поцікавився, навіщо в другому під’їзді треба зібрати грошей на 40% більше, ніж в першому, хоча квартир і тут і там порівну. Не розгубившись, Остап пояснив, що за двозначні номери потрібно платити вдвічі більше, а за трьохзначні – втричі більше, ніж за однозначні. Скільки квартир в під’їзді?
	10. У кожного хлопчика в сім’ї сестер в два рази більше, ніж братів, а у кожної дівчинки сестер і братів порівну. Скільки в сім’ї дітей?
	11. На математичному конкурсі було запропоновано декілька простих і декілька складних задач. Учасникові давали 3 бали за розв’язок складної і 2 бали за розв’язок простої задачі. Крім того, за кожну нерозв’язану просту задачу забирали 1 бал. Роман розв’язав 10 задач і набрав 14 очок. Скільки було простих задач?
	12. Переставивши цифри років Івана, отримаємо вік Степана. Різниця між віком Івана і Степана рівна подвоєному віку Юрка, але Степан в 10 разів старший за Юрка. Визначити вік кожного.
	13. Три дівчинки і три хлопчики протягом року розв’язували ті самі задачі. Катя розв’язала  всіх задач і ще  від того, що розв’язав Петро. Лєна розв’язала  всіх задач і ще того, що розв’язав Вася. Маша розв’язала  всіх задач і ще  від того, що розв’язав Федір. Яка з дівчаток розв’язала найбільше задач?
	14. Коли моєму батькові був 31 рік, мені було 8 років, а тепер батько вдвічі старший за мене. Скільки мені років зараз?
	15. На одну чашку ваги поклали брусок мила, а на другу 3/4 такого ж бруска і ще 3/4 кг. Вага в рівновазі. Скільки важить брусок?
	16. З числами можна виконувати наступні операції: множити на два або довільним чином переставляти цифри (не можна тільки ставити нуль на перше місце). Чи можна з 1 отримати 112?