# Олімпіада. 9 клас.

17.10.2015

1. Відомо, що - корені многочлена , а та - корені многочлена . Знайти можливі значення та .

2. У комітеті утворили 4 підкомітети, кожним з яких керують по 3 людини з комітету. Для узгодження їхніх дій, кожні два підкомітети серед керівників мають рівно одного спільного члена. Яка найменша кількість людей може бути в комітеті?

3. У колі проведена хорда , на якій обрано точку так, що . Хорда перпендикулярна до хорди і проходить через точку . Довести, що середина відрізка є точкою перетину висот трикутника .

4. З множини вибрали 5 різних чисел, з множини також вибрали 5 різних чисел. Виявилось, що різниця жодних двох чисел з десяти вибраних не кратна 10. Знайдіть суму всіх 10 вибраних чисел.

5. Числа одночасно задовольняють умови:

та .

Чому може дорівнювати значення виразу ?

# Олімпіада. 8 клас.

17.10.2015

1. У трикутнику проведено висоти і , . Нехай - середина сторони . Знайдіть найбільший кут трикутника .

2. Довести, що для натуральних чисел виконується:

НСД НСД .

3. Скільки існує таких натуральних , що ?

4. На дошці в рядок записано 10 чисел. Відомо, що кожне число більше від попереднього і ділиться на одне з попередніх. Крім того, перше число більше від 1, а сума всіх чисел становить 275. Які числа записано на дошці? Відповідь обґрунтуйте.

5. Знайти кількість таких п'ятицифрових натуральних , що і закінчується на 37.

# Олімпіада. 8 клас.

23.10.2015

**1.** Таблицю 5х5 заповнили натуральними числами 1,2,…,25 таким чином, що кожне число трапляється рівно один раз і кожні два послідовні числа містяться у сусідніх (таких, що мають спільну сторону) клітинках. Яка максимальну кількість простих чисел могла опинитися в одному стовпці таблиці? Разом із відповіддю слід навести приклад заповнення таблиці, для якого найбільше значення досягається.

**Рис. 1**

**2.** Лампи розташовані у вигляді квадрату , як це показане на рис. 1. Лампи можуть бути у стані «горить» чи «не горить». Є 9 перемикачів, які відповідають кожній лампі. При цьому при натисканні відповідного перемикача змінюють свій стан на протилежний («горить» на «не горить» та навпаки) усі лампи, що розташовані в одному рядку та одному стовпчику з відповідною лампою. На початку усі лампи «не горять». Яку найменшу кількість натискань перемикачів треба зробити, щоб усі лампи стали у стані «горить»?

**3.** У рівнобедреному трикутнику  провели бісектрису , а у трикутнику  – бісектрису . Знайдіть величини кутів трикутника , якщо відомо, що бісектриси кутів  та  перетинаються на прямій .

**4.** Нехай  – натуральні числа. На яке найбільше натуральне число обов’язково ділиться націло вираз ?

**5.** Знайдіть найбільше натуральне число n, таке що 2015! ділиться націло на 23n.