*"Найбільша наша омана в тому, що в нас ще багато часу…"*

***Умови та розв’язання завдань***

4 клас

**1.** Петрик має  камінців. Чи зможе він поділити їх на чотири купки так, щоб кількість камінців в першій купці була більшою ніж сума кількостей камінців у трьох інших купках та меншою, ніж половина добутку кількостей камінців у цих трьох купках?

***Відповідь:*** .

***Розв’язання.*** Поділимо, камінці як то наведено у відповіді. Тоді  та .

**2.** Чотирьох друзів – Леся, Олеся, Олексу та Олександра, що народилися у різні дні, перепитали, хто з них наймолодший. Прозвучали такі відповіді:

Лесь: "Це точно не я!"

Олесь: "І не я!"

Олекса: "Наймолодший Олесь."

Олександр: "Наймолодшим є Олекса."

Відомо, що рівно один з усіх хлопців сказав правду. Чи можна дізнатися, хто насправді наймолодший з усіх?

***Відповідь:*** можна, наймолодший Лесь.

***Розв’язання.*** З перших двох висловлювань принаймні одне має бути вірним. Якщо правду сказав Лесь, то збрехав Олесь, тому наймолодшим є саме він. Але тоді правду сказав і Олекса. А це суперечить умові. Якщо збрехав Лесь, то наймолодшим є саме він. Тоді дійсно правду сказав лише Олесь, а інші троє збрехали.

**3.** На прямій зліва направо у вказаному порядку розташовані точки . Одна з них пофарбована в жовтий колір, одна – в зелений, при цьому жовта точка знаходиться лівіше від зеленої. Відстань між точками  та  дорівнює  см, між жовтою точкою та точкою  – 8 см, між зеленою точкою та точкою – 9 см. Знайдіть відстань між жовтою та зеленою точками.

***Відповідь:***  см.

***Розв’язання.*** Точки  та  не можуть бути жовтими, оскільки  лежить між ними, а тому відстані  та  менші ніж см, а відстань від точки  до жовтої точки дорівнює  см. Сама точка  очевидно не може бути жовтою. Не може бути жовтою і точка , оскільки жовта точка не може бути самою правою. Тому жовта точка – це , і за умовою відстань між нею та зеленою точкою дорівнює  см.

**4.** В рядок виписали числа . Скільки всього непарних цифр буде у їх записі?

***Відповідь*:** .

***Розв’язання***. Спочатку усі числа зробимо чотирицифровими, дописавши відповідну кількість нулів попереду. При цьому загальна кількість непарних цифр не зміниться. Спочатку порахуємо кількість непарних цифр у послідовності . Тут усього  чотирицифрових чисел, тому загальна кількість цифр – . При цьому якщо розглянути пару чисел  та , то в них на двох рівно  непарні цифри. Дійсно, якщо , то , ,  та , то в кожній парі рівно одне парне, інше – непарне. Крім того, ці числа різні знову таки внаслідок того, що вони різної парності. Таким чином рівно половина цифр з  непарні, тому їхня кількість є рівною . Залишається порахувати кількість непарних цифр серед чисел . Їх там стільки ж, як і серед , а тут їх серед одноцифрових рівно , серед двоцифрових там є цифр  серед цифр десятків та ще  непарні цифри серед цифр одиниць, разом – .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 8 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 |
| 8 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 2 |
| 8 | 7 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 |
| 8 | 7 | 1 | 4 | 5 | 6 | 3 | 2 |
| 8 | 7 | 6 | 4 | 5 | 1 | 3 | 2 |
| 8 | 7 | 6 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| 8 | 7 | 6 | 5 | 1 | 4 | 3 | 2 |
| 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 1 | 3 | 2 |
| 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 1 | 2 |
| 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **Рис. 1** |

5 клас

**1.** Число називається *паліндромом*, якщо воно співпадає з числом, отриманим з даного, записавши його цифри у зворотному порядку. Наприклад, числа  та  – паліндроми, а числа  та 12312 – ні. Чи може сума двох трицифрових паліндромів дорівнювати чотирицифровому паліндрому?

***Відповідь:*** так, наприклад, .

**2.** На дошці записані 8 чисел: 1, 2, 3, ..., 8. За один хід можна поміняти місцями два числа, якщо одне з них ділиться на інше. Чи можна за допомогою таких дій переставити ці числа так, щоб вони були записані у зворотному порядку?

**Рис. 2**









***Відповідь:*** так.

***Розв’язання.*** Покажемо, як цього досягти. Дивись послідовність змін на рис. 1.

**3.** У Марії був прямокутник  клітин, де  – натуральні числа. Вона відрізала з його куточка квадрат . Надалі вона змогла той шматочок, що залишився, одним прямолінійним розрізом розрізатина три трикутники. Чому можуть дорівнювати розміри прямокутника ? Вкажіть усі можливі відповіді.

**Рис. 3**



***Відповідь:***  та .

***Розв’язання.*** Нехай вирізано квадрат , як це показане на рис. 2. Тоді прямолінійний розріз має проходити через точку , бо інакше фігура, що містить точку  не буде трикутником (рис. 3). Подивимося скільки можна провести через точку прямих, які відтинають від кута  прямокутник з натуральними сторонами. Таких положень рівно  і отримуємо два принципові рішення – прямокутники зі сторонами  та  (рис. 2).

**4.** Задача № 4 для 4 класу.

**5.** Скільки щонайменше камінців має бути у Олесі, щоб їх можна було поділити на три купки так, щоб кількість камінців в першій купці була більшою ніж сума кількостей камінців у двох інших купках та меншою ніж добуток кількостей камінців у цих трьох купках?

***Відповідь:*** 7

***Розв’язання.*** Позначимо кількість камінців у купках . Тоді мають одночасно виконуватись такі умови:  та . Без обмеження загальності вважатимемо, що . Очевидно, що , бо інакше  і отримали суперечність. Якщо , то шуканого  не існує, оскільки . Таким чином . При  матимемо, що . Але тоді  та водночас . Тобто шукане значення буде рівне 4- найменше можливе а. Таким чином найменші можливі значення для $b=2 c=1.$ Тому найменша сумарна кількість камінців – це .

6 клас

**1.** Задача № 2 для 4 класу.

**2.** Задача № 3для 5 класу.

**3.** Задача № 4 для 4 класу.

**4.** Задача № 5для 5 класу.

**5.** Яку довжину матиме найменша сторона прямокутника, довжини сторін якого є натуральними числами, і щоб його можнабулорозрізати як на квадрати  так і на прямокутники?

***Відповідь:*** 12.

**Рис. 3**













***Розв’язання.*** Кожна сторона має ділитися на . Крім того вона має складатися з доданків, що дорівнюють , де  – цілі невід'ємні числа. Очевидно, що найменше таке значення складає . Залишається придумати приклад прямокутника, у якого є така сторона, а також він задовольняє умови задачі. Для можливості розрізання на квадрати  треба, щоб кожна сторона ділилася на . Покажемо приклад такого прямокутника (рис. 3). Зрозуміло, що .